

А. Головатий

Національний університет “Львівська політехніка”

## РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ РОБОЧИХ ОРГАНІВ МІКРОМЕХАНІЧНИХ ГІРОСКОПІВ (ДАВАЧІВ КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ)

*Запропоновано математичну модель мікромеханічного вібраційного гіроскопа камертонного типу. Для підвищення ефективності проектування МЕМС гіроскопа створено алгоритм визначення параметрів робочого органа мікромеханічного гіроскопа. Сформульовано задачі системного рівня проектування і запропоновано шляхи їх розв'язання. Досліджено взаємозв'язок конструктивних параметрів і встановлено, що їх оптимальні значення залежать від необхідних технічних характеристик гіроскопа.*

A. Holovaty

## MODELING AND DESIGN OF WORKING ELEMENTS OF MICROMECHANICAL GYROSCOPES (ANGULAR RATE SENSORS)

*The mathematical model of micromechanical vibratory tuning-fork gyroscope is proposed. For increasing the efficiency of the MEMS gyroscope design, the algorithm for calculation of working elements of the micromechanical gyroscope has been created. The system-level problems of designing are defined and their solutions are proposed. The interdependence of the constructional elements have been researched, and it was established that their optimal values depend on the required technical characteristics of the gyroscope.*

### Умовні позначення

**МЕМС** – мікроелектромеханічні системи;  
**m** – чутлива маса робочого органа;  
**c<sub>x</sub>, c<sub>y</sub>** – коефіцієнти жорсткості;  
**k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub>** – коефіцієнти дисипації (затухання);  
**F** – сила збудження;  
**Ω** – кутова швидкість повороту основи;  
**ω** – кутова (циклічна) частота коливань  $\omega = 2\pi\nu$ ;  
**ν** ≈ 10 кГц – частота резонансних коливань;  
**n** – кількість гребінок;  
**Δ** – товщина гребінки;  
**d** – відстань між гребінками;  
**ε<sub>0</sub>** – електрична стала;  
**ε<sub>r</sub>** – діелектрична проникність середовища, (для вакууму ε<sub>r</sub>=1);  
**U** – напруга збудження.

### Вступ

Розвиток мікромеханіки та технологій мікроелектроніки кардинально змінили промисловість інерційних давачів. Одним із типів інерційних давачів є давачі кутових швидкостей – МЕМС гіроскопи. Всі мікроелектромеханічні гіроскопи за фізичним принципом роботи є вібраційними [1]. До недоліків слід віднести: мала точність і чутливість. Гіроскопи, виготовлені за мікромашинними технологіями, мають чимало переваг над традиційними електромеханічними: малі габарити, низьке енергоспоживання, відсутність пар тертя, великий ресурс роботи, можливість серійного виробництва. Тому розробка математичних моделей інерційних давачів при проектуванні МЕМС є актуальною задачею сьогодення.

Принцип роботи мікромеханічних гіроскопів полягає у наступному. За допомогою сил або моментів збуджуються з заданою амплітудою і частотою кутові або поступальні коливання (вимушені коливання) інерційних чутливих елементів, що пружно закріплені до основи. При появі переносної вхідної кутової швидкості

обертання основи й інерційних сил Коріоліса виникають кутові або поступальні коливання чутливих елементів у площині, перпендикулярній до площини вимушених коливань, що служать мірою вхідної кутової швидкості [2, 3].

### Постановка задачі

Проведений аналіз літературних джерел в області конструювання мікромеханічних гіроскопів [1-8] дозволяє стверджувати, що практично відсутні моделі для опису об'єкта та самого процесу автоматизованого проектування конструктивних параметрів робочих органів мікромеханічних гіроскопів, закладені в них математичні моделі та їх адекватність і точність. Відсутні алгоритми для їх оптимізації та не звернена належна увага розробці математичних моделей, які дозволяють досліджувати взаємозв'язок конструктивних параметрів і технічних характеристик MEMS гіроскопів.

Отже, для ефективного проектування MEMS гіроскопів необхідно розробити алгоритм визначення параметрів робочого органа мікромеханічного гіроскопа і дослідження взаємозв'язку конструктивних параметрів з їх технічними характеристиками.

### Методика дослідження

Для дослідження розглянуто конструкцію двомасного мікромеханічного вібраційного гіроскопа камертонного типу (Рис.1) [2].

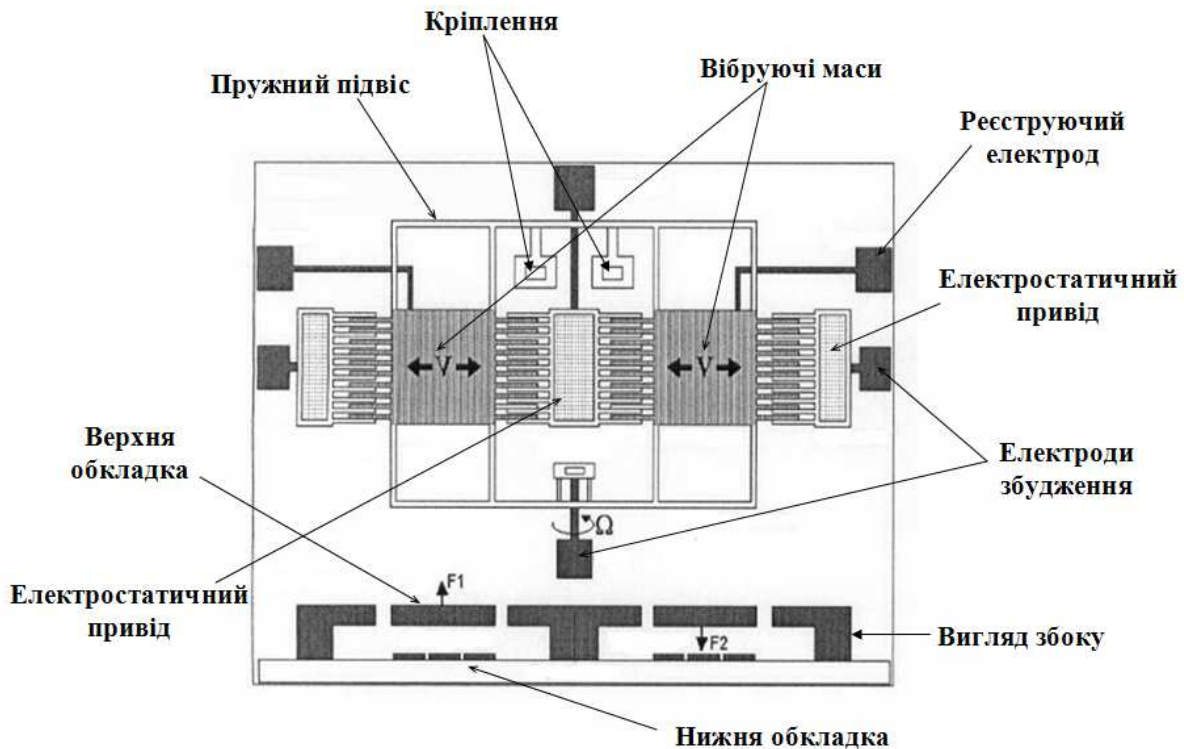


Рисунок 1 - Конструкція мікромеханічного гіроскопа камертонного типу (вигляд зверху)

Оскільки маси ідентичні і незалежні, то достатньо описати рух однієї маси. Для визначення основних конструктивних параметрів розглянуто рух маси за двома координатами. Рух мікромеханічного гіроскопа математично описується системою диференціальних рівнянь [4]:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} - c_x x - k_x \frac{dx}{dt} = F \sin(\omega t) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} - c_y y - k_y \frac{dy}{dt} = 2m \frac{dx}{dt} \Omega \end{cases}$$

(1)

де  $x$  – горизонтальна координата;  $y$  – вертикальна координата.

Оскільки коливання резонансні, то:

$$c_x = c_y = \omega^2 m . \quad (2)$$

На рис.2 представлено конструкцію гребінчатого електростатичного приводу [5, 6].

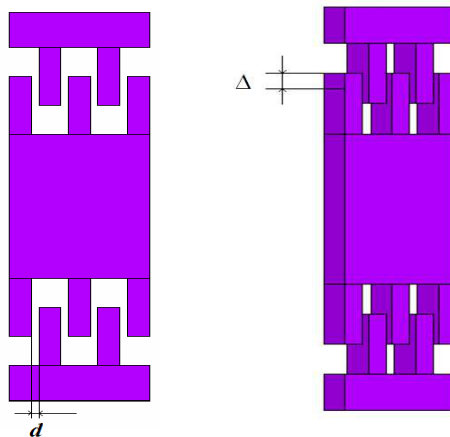


Рисунок 2 - Конструкція гребінчатого електростатичного приводу

Амплітуда сили, що збуджує вимушені резонансні коливання, обчислюється за формулою [5, 6]:

$$F = \frac{n \varepsilon_0 \varepsilon_r \Delta}{d} U^2 . \quad (3)$$

Для розрахунку системи рівнянь (1) використано чисельний метод Рунге-Кутта четвертого порядку. Моделювання проводилося в середовищі MATLAB [7].

### Результати розрахунків та їх обговорення

Розв'язки рівнянь – графічні залежності представлені на рисунках 3-6.

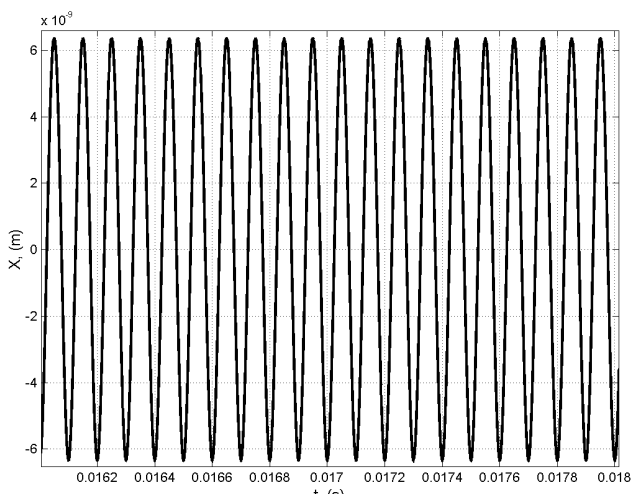


Рисунок 3 - Графік горизонтальних коливань чутливої маси (робочого органа) гіроскопа  $x(m)$

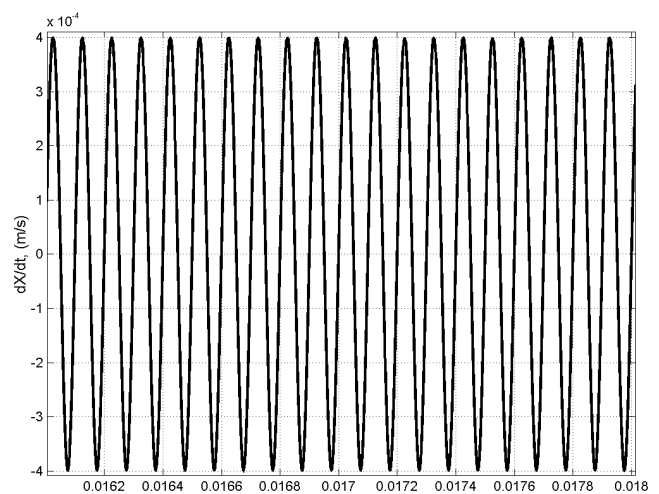


Рисунок 4 - Графік швидкості руху чутливої маси гіроскопа  $dX/dt = A_1 \omega \sin(\omega t)$ , (м/с)

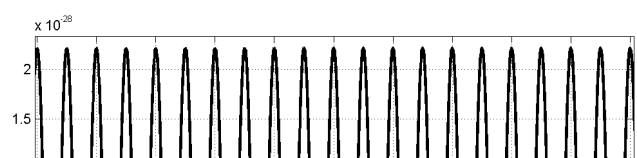
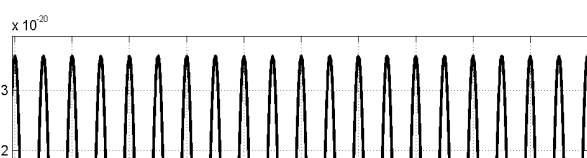


Рисунок 5 - Графік вертикальних коливань чутливої маси гіроскопа  $y(m)$ Рисунок 6 - Графік зміни ємності  $\Delta C(\Phi)$ 

В таблицях 1, 2, 3 та 4 зведено результати розрахунків вихідних параметрів гіроскопа: амплітуда горизонтальних (поступальних) коливань чутливої маси, швидкості горизонтальних поступальних коливань, амплітуди вертикальних поступальних коливань, що виникають при появі переносної кутової швидкості і Коріолісових сил, при різних його конструктивних параметрах. Мінімальна кутова швидкість, що може реєструватися нашим давачем, взята рівною 0,001 °/с. Зміна ємності конденсатора, що виникає при появі обертання основи і Коріолісових сил інерції, обчислюється за формулою:

$$\Delta C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{s_0 - x} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\Delta l}, \quad (4)$$

де  $S$  – площа обкладок конденсатора (площа поверхні чутливої маси – верхня обкладка конденсатора),  $\Delta l$  – зміна відстані між обкладками [8].

Таблиця 1 - Результати розрахунків вихідних параметрів гіроскопа, при наступних конструктивних параметрах: зазор між гребенями  $d=10^{-6}$  м, сила збудження на одну пару гребенів ( $n=1$ )  $F=2 \cdot 10^{-9}$  Н при напрузі живлення  $U=5$  В, площа поверхні маси (верхня обкладка конденсатора)  $S=70 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>, відстань між обкладками конденсатора (зазор між обкладками в стані спокою)  $\Delta l=5 \cdot 10^{-6}$  м

N	1	10	100	1000
$A_r$ (м)	$6,36 \cdot 10^{-10}$	$6,36 \cdot 10^{-9}$	$6,36 \cdot 10^{-8}$	$6,36 \cdot 10^{-7}$
$V$ (м/с)	$4 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$
$A_v$ (м)	$3,577 \cdot 10^{-22}$	$3,577 \cdot 10^{-20}$	$3,577 \cdot 10^{-18}$	$3,577 \cdot 10^{-16}$
$C_{0,001}$ (Ф)	$2,22 \cdot 10^{-31}$	$2,22 \cdot 10^{-28}$	$2,22 \cdot 10^{-25}$	$2,22 \cdot 10^{-22}$
$C_1$ (Ф)	$2,22 \cdot 10^{-28}$	$2,22 \cdot 10^{-25}$	$2,22 \cdot 10^{-22}$	$2,22 \cdot 10^{-19}$

де  $n$  – кількість пар гребенів,  $A_r$  – амплітуда горизонтальних (вимушених) коливань,  $V$  – швидкість вібрацій робочого органа,  $A_v$  – амплітуда вертикальних коливань, що несуть у собі інформацію про кутову швидкість обертання основи,  $C_{0,001}$  – зміна ємності при кутовій швидкості обертання основи 0,001 °/с, або 0,006 рад/с,  $C_{0,001}$  – зміна ємності при кутовій швидкості обертання основи в 1 °/с, або 6 рад/с.

Таблиця 2 - Результати розрахунків вихідних параметрів гіроскопа при наступних конструктивних параметрах: зазор між гребенями  $d=10^{-6}$  м, амплітуда сили збудження

на одну пару гребенів ( $n=1$ )  $F=2,9 \cdot 10^{-8}$  Н при напрузі живлення  $U=18$  В, площа поверхні маси (верхня обкладка конденсатора)  $S=70 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>, відстань між обкладками конденсатора (зазор між обкладками в стані спокою)  $\Delta l=5 \cdot 10^{-6}$  м

N	1	10	100	1000
$A_r$ (м)	$9,23 \cdot 10^{-9}$	$9,23 \cdot 10^{-8}$	$9,23 \cdot 10^{-7}$	$9,23 \cdot 10^{-6}$
$V$ (м/с)	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-2}$	$5,8 \cdot 10^{-1}$
$A_b$ (м)	$5,2 \cdot 10^{-21}$	$5,2 \cdot 10^{-19}$	$5,2 \cdot 10^{-17}$	$5,2 \cdot 10^{-15}$
$C_{0,001}$ (Ф)	$3,22 \cdot 10^{-30}$	$3,22 \cdot 10^{-27}$	$3,22 \cdot 10^{-24}$	$3,22 \cdot 10^{-21}$
$C_1$ (Ф)	$3,22 \cdot 10^{-27}$	$3,22 \cdot 10^{-24}$	$3,22 \cdot 10^{-21}$	$3,22 \cdot 10^{-18}$

Таблиця 3 - Результати розрахунків вихідних параметрів гіроскопа при наступних конструктивних параметрах: зазор між гребенями  $d=10^{-6}$  м, сила збудження (максимальне значення сили збудження) на одну пару гребенів ( $n=1$ )  $F=5,8 \cdot 10^{-8}$  Н при напрузі живлення  $U=18$  В, площа поверхні чутливої маси (робочого органа) (верхня обкладка конденсатора)  $S=70 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>, відстань між обкладками конденсатора (зазор між обкладками в стані спокою)  $\Delta l=10^{-5}$  м

N	10	100
$A_r$ (м)	$1,843 \cdot 10^{-7}$	$1,843 \cdot 10^{-6}$
$V$ (м/с)	0,0116	0,116
$A_b$ (м)	$2,075 \cdot 10^{-18}$	$2,075 \cdot 10^{-16}$
$C_{0,001}$ (Ф)	$1,286 \cdot 10^{-26}$	$1,286 \cdot 10^{-23}$
$C_1$ (Ф)	$1,286 \cdot 10^{-23}$	$1,286 \cdot 10^{-20}$

Таблиця 4 - Результати розрахунків вихідних параметрів гіроскопа при наступних конструктивних параметрах: зазор між гребенями  $d=10^{-6}$  м, максимальне значення сили збудження на одну пару гребенів ( $n=1$ )  $F=2,9 \cdot 10^{-8}$  Н при напрузі живлення  $U=18$  В, площа поверхні чутливої маси (верхня обкладка конденсатора)  $S=140 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>, відстань між обкладками конденсатора (зазор між обкладками в стані спокою)  $\Delta l=10^{-5}$  м

n	10	100
$A_r$ (м)	$9,23 \cdot 10^{-8}$	$9,23 \cdot 10^{-7}$
$V$ (м/с)	$5,8 \cdot 10^{-2}$	$5,8 \cdot 10^{-1}$
$A_b$ (м)	$1,038 \cdot 10^{-18}$	$1,038 \cdot 10^{-16}$
$C_{0,001}$ (Ф)	$1,28 \cdot 10^{-26}$	$1,28 \cdot 10^{-23}$
$C_1$ (Ф)	$1,28 \cdot 10^{-23}$	$1,28 \cdot 10^{-20}$

Як видно з табл. 1, збільшення кількості рядів гребенів призводить до прямопропорційного зростання сили збудження і, як наслідок, амплітуди та швидкості горизонтальних коливань. Разом з цим зростає маса та площа робочого органа. Як видно із аналізу системи рівнянь (1), зростання швидкості  $V$  і маси  $m$  призводять до потрібного зростання амплітуди вертикальних коливань, що і підтверджено в табл. 1. Як видно з формули (2), чутливість давача – реакція на збудження  $\Omega$ , залежить від площі та величини вертикальних коливань, тому збільшення  $n$  в 10 разів призводить до збільшення чутливості давача в 1000 разів. Слід відзначити, що крім цього, зростають і розміри робочого органа МЕМС гіроскопа. Виходячи із проведеного аналізу, алгоритм визначення параметрів робочого органа є таким:

- задаємося  $\Omega$ ;
- задаємося товщиною пластини;
- задаємося попереднім зазором між гребенями та зазором між обкладками;
- визначаємо силу збудження, що припадає на одну пару гребенів ( $n=1$ ), а також площу цього фрагмента  $S$  та масу елемента  $m$  (необхідно задатися);
- задаємося частотою вимушених коливань та визначаємо жорсткості пружних елементів (3).

- задаємося коефіцієнтами дисипації (для кремнію  $k=5 \cdot 10^{-5}$  кг/с).
- розв'язуючи для цих параметрів систему рівнянь (1), а також рівняння (2) і (3), отримаємо розв'язки, аналогічні до Рис. 3-6 та табл. 1.
- задаючись необхідною чутливістю давача, інтерполюємо дані табл. 1 до визначення необхідної кількості рядів гребнів  $n$ , разом з цим маси  $m$  та площі  $S$ .
- задавшись максимальним значенням  $\Omega$ , перевіряємо величину попереднього зазору між обкладками.

В табл. 2 дано аналогічні розв'язки при напрузі 18 В. Як випливає із аналізу, збільшення напруги призводить до збільшення амплітуди коливань у квадраті (3) з аналогічним збільшенням всіх інших параметрів. Отже, ріст напруги покращує чутливість мікромеханічного гіроскопа. Для того, щоб дослідити вплив інших параметрів на чутливість MEMS гіроскопа, в табл. 3 наведено розв'язки системи рівнянь (1) для вдвічі товстішої пластини ( $\Delta l=10^{-5}$  м) з незмінними іншими параметрами. Товщина пластини вдвічі збільшує масу органа та силу збудження (3), що в чотири рази покращує чутливість. В табл. 4 представлено аналогічні розв'язки при подвійному збільшенні площі  $S$  фрагмента робочого органа (видовження робочого органа). При цьому сила є незмінною, а збільшується вдвічі маса та площа обкладки, що також призводить до збільшення чутливості гіроскопа в чотири рази при незмінній амплітуді  $A_r$ , що суттєво зменшує навантаження на пружні елементи гіроскопа.

### Висновок

Отже, як випливає із проведеного аналізу, параметри робочого органа (маса, площа, сила збудження) суттєво впливають на чутливість та інші конструктивні параметри (міцність), тому їх оптимальні значення повинні встановлюватися в процесі проектування MEMS гіроскопа в залежності від його необхідних технічних характеристик (чутливість, напруга живлення, матеріал, розміри та ін.).

Запропонована математична модель коливань мікромеханічного гіроскопа дозволяє досліджувати вплив окремих параметрів робочого органа (маси, площі, сили збудження електростатичного приводу) на чутливість та інші технічні характеристики гіроскопа. Досліджено взаємозв'язок конструктивних параметрів і встановлено, що їх оптимальні значення залежать від необхідних технічних характеристик гіроскопа (чутливості, напруги живлення, матеріалу).

### Література

1. Steven Nasiri. A Critical Review of MEMS Gyroscopes Technology and Commercialization Status. Inven Sense, 2003.
2. N. Yazdi et al., Micromachined Inertial Sensors, *Proc.IEEE*, August 1998, pp. 1640-1659.
3. [http://en.wikipedia.org/wiki/Vibrating\\_structure\\_gyroscope](http://en.wikipedia.org/wiki/Vibrating_structure_gyroscope).
4. M. Kranz and G.K. Fedder, "Design, simulation, and implementation of two novel micromechanical vibratory-rate gyroscopes", *Report*, Department of Electrical and Computer Engineering, Carnegie Mellon University, May, 1998.
5. Ed Kolesar. Fundamental MEMS Processes and Devices. Texas Christian University. Department of Engineering, pp. 14.
6. W. Merlijn van Spengen1, Tjerk H. Oosterkamp. A sensitive electronic capacitance measurement system to measure comb drive motion of surface micromachined MEMS devices. Leiden University, 2006, pp. 13.
7. А. Гультьев. MATLAB 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows. Санкт-Петербург, "КОРОНА принт", 1999.
8. Dr. Lynn Fuller, Motorola Professor. MEMS Capacitor Sensors and Actuators. Rochester Institute of Technology, Microelectronic Engineering. May, 2007, pp. 34.

Одержано 22.10.2007 р.